

วิธีหาตัวประกอบทั้งหมดของตัวเลข

คิดค้นโดย สุธีรัชต์ ทิพย์อักษร ครูโรงเรียนบุรีรัมย์พิทยาคม

โปรดพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาตัวประกอบทั้งหมดของ 56

ขั้นที่ 1 หาสมาชิกของ 56 โดยนำจำนวนเฉพาะที่เล็กที่สุดที่หารลงตัวมาหารสั้นไปเรื่อยๆ จนกว่าจะไม่สามารถหารต่อไปได้ ดังนี้

$$2)56$$

$$2)28$$

$$2)14$$

$$7$$

ขั้นที่ 2 พิจารณาสมาชิกที่ได้ว่ามีตัวใดซ้ำกัน 3 ครั้งหรือไม่ ข้อนี้เราได้สมาชิกเป็น 2, 2, 2, 7

พบว่าเลข 2 ซ้ำกัน 3 ครั้ง ให้นำ 1 คูณคูณกันเป็นสมาชิกใหม่ คือ $2 \times 2 = 4$ ดังนั้นเราจะได้สมาชิกของ 56 เป็น 2, 4, 7

ขั้นที่ 3 นำสมาชิกทั้งหมดมาคูณกันไปเรื่อยๆ จนครบทุกตัว

$$2 \times 4 = 8, 2 \times 7 = 14, 4 \times 7 = 28$$

$$2 \times 4 \times 7 = 56$$

(พบว่า กรณีที่มีสมาชิกทั้งหมด 3 ตัว จะคูณกันทั้งหมด 4 ครั้ง)

ขั้นที่ 4 หลังจากคูณกันแล้วเราจะได้ตัวประกอบทั้งหมดของ 56 คือเลข 1 เลขสมาชิกทั้งหมด และผลคูณทั้งหมด ดังนี้

$$1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56$$

ดังนั้น 56 มีตัวประกอบทั้งหมด 8 ตัว

สรุปเป็นกฎเกณฑ์ในการหาตัวประกอบทั้งหมดของตัวเลข ดังนี้

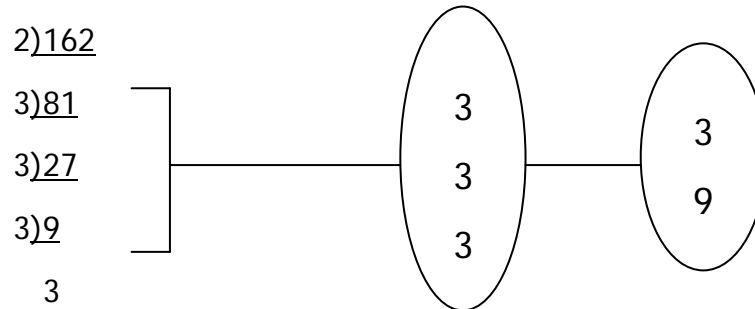
ถ้า N คือตัวเลขที่ต้องการหาตัวประกอบทั้งหมด โดยที่ a, b, c เป็นสมาชิกที่เป็นจำนวนเฉพาะและ $axbxc=N$ จำนวนตัวประกอบทั้งหมดของ N ได้แก่ 1, a, b, c, axb, axc, bxc และ axbxc

โดยที่ ถ้าสมาชิกตัวใดมีซ้ำกัน 3 ตัว จะต้องยุบให้เหลือ 2 ตัว เช่น ถ้าสมาชิกที่เป็นจำนวนเฉพาะของ N ได้แก่ a, a, a, b, c เมื่อยุบแล้วจะได้สมาชิกใหม่เป็น a, a², b, c

เพื่อให้เข้าใจมากขึ้นลองพิจารณาตัวอย่างหน้าถัดไป

ตัวอย่างที่ 2 จงหาตัวประกอบทั้งหมดของ 162

ขั้นที่ 1 แยกตัวประกอบโดยวิธีหารสั้น



ขั้นที่ 2 พิจารณาสมาชิกที่ซ้ำกันเพื่อกำหนดเป็นสมาชิกใหม่ ดังแผนภาพ ดังนั้น 162 มีสมาชิกเป็น ได้ 2, 3₁, 3₂, 9

ขั้นที่ 3 นำสมาชิกทั้งหมดมาคูณกัน

$$2 \times 3_1 = 6, \quad \cancel{2 \times 3_2 = 6}, \quad 2 \times 9 = 18, \quad 3_1 \times 3_2 = 9, \quad 3_1 \times 9 = 27, \quad \cancel{3_2 \times 9 = 27} \quad (2 \text{ หลัก} = 6 \text{ ครั้ง})$$

$$2 \times 3_1 \times 9 = 54, \quad \cancel{2 \times 3_1 \times 3_2 = 18}, \quad \cancel{2 \times 3_2 \times 9 = 54}, \quad 3_1 \times 3_2 \times 9 = 81 \quad (3 \text{ หลัก} = 4 \text{ ครั้ง})$$

$$2 \times 3_1 \times 3_2 \times 9 = 162 \quad (4 \text{ หลัก} = 1 \text{ ครั้ง})$$

(พบว่า กรณีที่มีสมาชิกทั้งหมด 4 ตัว จะคูณกันทั้งหมด 11 ครั้ง)

ขั้นที่ 4 ตัดผลคูณที่ซ้ำกันทิ้งไป จะได้ตัวประกอบทั้งหมดของ 162 ดังนี้

1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54, 81, 162 ซึ่งมีทั้งหมด 10 ตัว

ตัวอย่างที่ 3 จงหาตัวประกอบของ 315

ขั้นที่ 1 แยกตัวประกอบ

$$3)315$$

$$3)105$$

$$5)35$$

$$7$$

ขั้นที่ 2 ได้สมาชิกคือ 3₁, 3₂, 5, 7 (กรณีนี้ไม่มีสมาชิกที่ซ้ำกัน 3 ตัว)

ขั้นที่ 3 นำสมาชิกที่ได้มาคูณกัน ดังนี้

$$3_1 \times 3_2 = 9, \quad 3_1 \times 5 = 15, \quad 3_1 \times 7 = 21, \quad \cancel{3_2 \times 5 = 15}, \quad \cancel{3_2 \times 7 = 21}, \quad 5 \times 7 = 35$$

$$3_1 \times 3_2 \times 5 = 45, \quad 3_1 \times 3_2 \times 7 = 63, \quad 3_1 \times 5 \times 7 = 105, \quad \cancel{3_2 \times 5 \times 7 = 105}$$

$$3_1 \times 3_2 \times 5 \times 7 = 315$$

ขั้นที่ 4 ได้ตัวประกอบทั้งหมด คือ 1, 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 63, 105, 315 = 12 ตัว

ตัวอย่างที่ 4 จงหาตัวประกอบทั้งหมดของ 744 (เราสามารถหาตัวประกอบของตัวเลขขนาดใหญ่ได้)

ขั้นที่ 1 แยกตัวประกอบ

$$2)744$$

$$2)372$$

$$2)186$$

$$3)93$$

$$31$$

ขั้นที่ 2 พิจารณาสมาชิก พบว่า 2 ซ้ำกัน 3 ตัวจึงได้สมาชิกเป็น 2, 3, 4, 31

ขั้นที่ 3 นำสมาชิกที่ได้มาคูณกัน ดังนี้

$$2 \times 3 = 6, 2 \times 4 = 8, 2 \times 31 = 62, 3 \times 4 = 12, 3 \times 31 = 93, 4 \times 31 = 124$$

$$2 \times 3 \times 4 = 24, 2 \times 3 \times 31 = 186, 2 \times 4 \times 31 = 248, 3 \times 4 \times 31 = 372$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 31 = 744$$

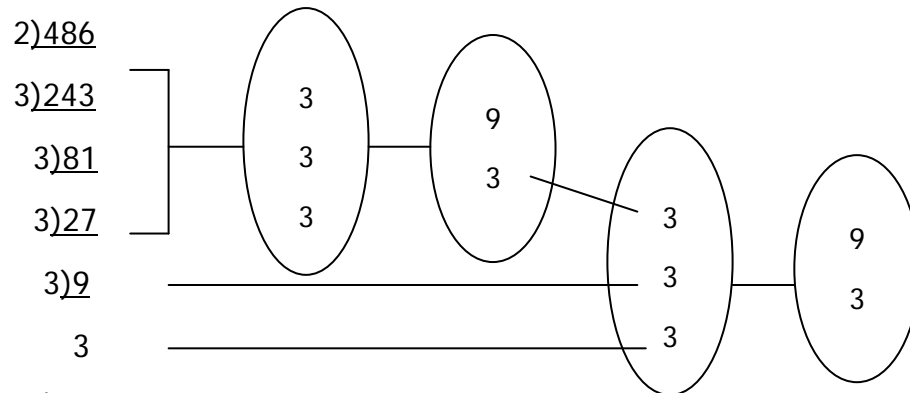
ขั้นที่ 4 ได้ตัวประกอบทั้งหมดของ 744 เป็น

$$1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 31, 62, 93, 124, 186, 248, 372, 744 = 16 \text{ ตัว}$$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาตัวประกอบทั้งหมดของ 486 (กรณีสมาชิกซ้ำกัน 2 ชุด)

ขั้นที่ 1 แยกตัวประกอบ

ขั้นที่ 2 พิจารณาสมาชิกที่ซ้ำกัน 3 ตัวเพื่อกำหนดสมาชิกใหม่



ได้สมาชิกใหม่เป็น 2, 3, 9₁, 9₂

ขั้นที่ 3 นำสมาชิกที่ได้มาคูณกันทั้งหมด (ค่าที่ซ้ำสามารถข้ามการคูณได้ ถ้ามีความชำนาญ)

$$2 \times 3 = 6, 2 \times 9_1 = 18, 3 \times 9_1 = 27, 9_1 \times 9_2 = 81$$

$$2 \times 3 \times 9_1 = 54, 2 \times 9_1 \times 9_2 = 162, 3 \times 9_1 \times 9_2 = 243$$

$$2 \times 3 \times 9_1 \times 9_2 = 486$$

ขั้นที่ 4 ได้ตัวประกอบทั้งหมด คือ 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54, 81, 162, 243, 486 = 12 ตัว